## 基础课24 函数的性质与图象及其简单应用

### 课时评价·提能

#### 基础巩固练

1. 函数的振幅、频率和初相分别为（ A ）.

A. 2，， B. 2，， C. 2，， D. 2，，

[解析]由振幅、频率和初相的定义可知，函数 的振幅为2，频率为，初相为.故选.

2. 下列直线是函数的图象的对称轴的是（ B ）.

A. B. C. D.

[解析]令,，则 的图象的对称轴为直线,，显然当 时,对称轴为直线.故选.

3. 要得到的图象，只需将的图象（ C ）.

A. 向左平移个单位长度 B. 向右平移个单位长度

C. 向左平移个单位长度 D. 向右平移个单位长度

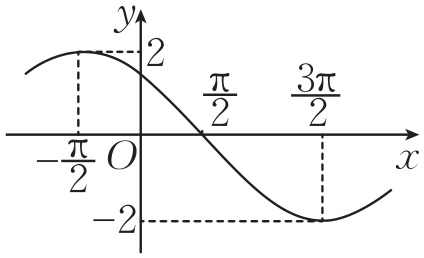
[解析]将 的图象向左平移 个单位长度，即可得到 的图象.故选.

4. （改编）若函数的图象关于直线对称，则（ B ）.

A. B. 0 C. D.

[解析]由于函数 的图象关于直线 对称，所以，即，两边平方整理得，解得，则.故选.

5. （改编）已知函数，其部分图象如图所示，则函数的解析式为（ B ）.



A. B.

C. D.

[解析]由题图可知，函数图象上两个相邻的最值点分别为最高点，，最低点，，

所以函数的最大值为2，即.

由图象可得直线，为相邻的两条对称轴，

所以函数的最小正周期 ，

所以 ，解得，

所以.

把点，代入可得，

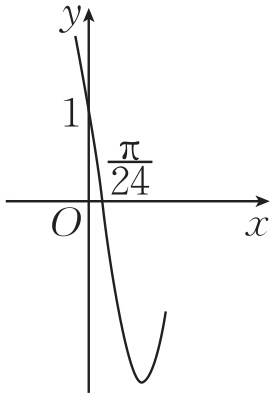
即，所以，

解得.

又 ，所以，

所以.故选.

6. 已知函数的部分图象如图所示，的图象的对称轴方程为，，则（ B ）.



A. B. C. 1 D.

[解析]函数 的图象的对称轴方程为，，两相邻对称轴之间的距离是最小正周期的一半，当 时，，当 时，，

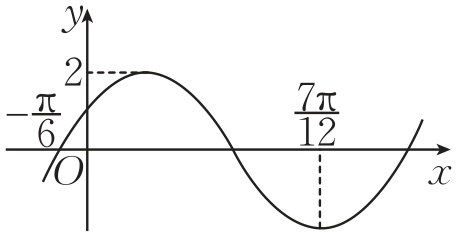
所以，所以.

由题图可知，，所以，,又 ，所以.

由题图可知，所以，

所以，则.故选.

7. [2024·郑州模拟]已知函数,，的部分图象如图所示，则下列说法中正确的是（ C ）.



A.

B. 的图象关于点,中心对称

C. 若在,上存在最大值，则实数的取值范围为,

D. 的图象关于直线对称

[解析]由题图知，的最小正周期 ，则,所以.将点,代入得，则，

即,因为，所以，错误；

将点,代入得，得，所以，当 时，，所以点,不是 的图象的对称中心，错误；

当 时，，所以直线 不是 的图象的对称轴，错误；

易得 在,上单调递增，且，即 在 时取得最大值，所以，

即实数 的取值范围为,，正确.故选.

8. 已知函数恒有，且在,上单调递增，则 的值为（ A ）.

A. B. C. D. 或

[解析]因为函数 恒有,

所以 ,,解得,，

又 在,上单调递增，所以，

且，所以，

结合,,可得 或.

当 时，由 ,,解得 ,，所以 在 上单调递增，满足题意；

当 时，由 ,,解得 ,，所以 在,上单调递增，不满足题意.故选.

#### 综合提升练

9*.*(多选题)(2024·九省适应性测试)已知函数*f*(*x*)*=*sin2*x+**+*cos2*x+*,则(AC)*.*

A*.*函数*f**x-*为偶函数

B*.*曲线*y=f*(*x*)的对称轴为直线*x=k*π,*k*∈Z

C*.f*(*x*)在区间,上单调递增

D*.f*(*x*)的最小值为*-*2

[解析]*f*(*x*)*=*sin2*x+**+*cos2*x+*

*=*sin 2*x*cos *+*cos 2*x*sin *+*cos 2*x*cos *-*sin 2*x*sin

*=-*sin 2*x+*cos 2*x-*cos 2*x-*sin 2*x=-*sin 2*x*,

即*f*(*x*)*=-*sin 2*x.*

对于A,*f**x-**=-*sin2*x-**=*cos 2*x*,易知*f**x-*为偶函数,故A正确;

对于B,函数*f*(*x*)*=-*sin 2*x*图象的对称轴为直线2*x=+k*π,*k*∈Z,即*x=+*,*k*∈Z,故B错误;

对于C,*x*∈,,2*x*∈,π,*y=*sin 2*x*单调递减,则*f*(*x*)*=-*sin 2*x*单调递增,故C正确;

对于D,*f*(*x*)*=-*sin 2*x*,由sin 2*x*∈[*-*1,1],得*f*(*x*)∈[*-*,],故D错误*.*

故选AC*.*

10. （多选题）已知函数图象的两条相邻的对称轴分别为直线与直线，且在,上单调递增，则下列选项正确的是（ BCD ）.

A. 的最小正周期为

B. 的图象关于点,对称

C. 在,上的值域为,

D. 方程有3个不等的实数根

[解析]由题意，直线，为 图象的两条相邻对称轴，且当 时，取得最小值，当 时，取得最大值，

所以最小正周期 ，所以 ，解得.

又当 时，取得最大值，所以，即，

又 ，所以，故.

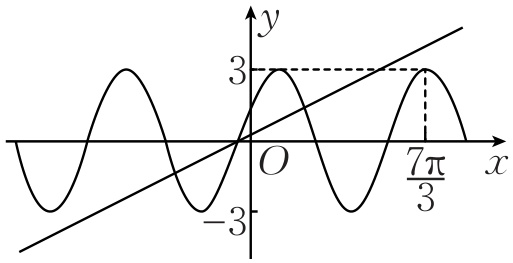
对于，的最小正周期 ，故 错误；

对于，令，解得，令，得，所以 的图象关于点,对称，故 正确；

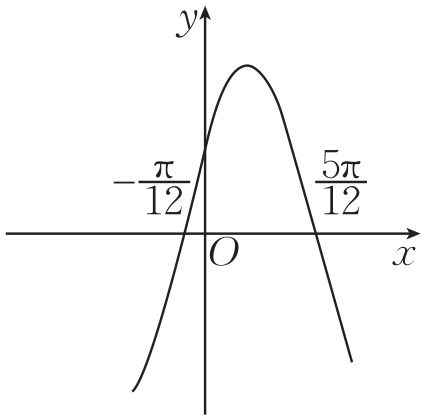
对于，当 时，,，所以,，所以,，故 正确；

对于，的图象和直线 都关于点,对称，如图所示，

注意到，所以二者图象只有3个交点，故原方程有3个不等的实数根，故 正确.故选.



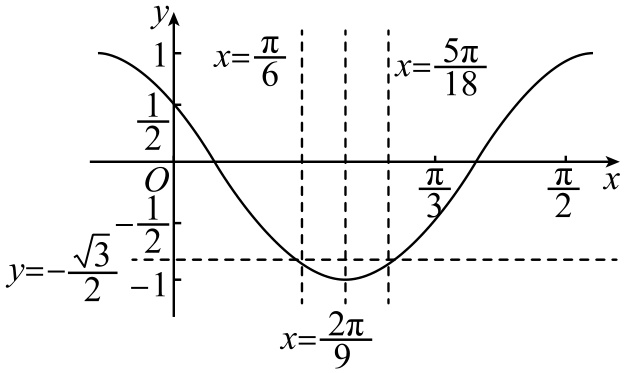
11. 已知函数的部分图象如图所示，则  .



[解析]由 知， ,，由五点法可知，，即，又 ，所以.

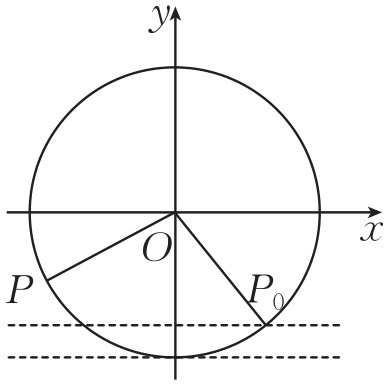
12. 已知函数，其中,，若的值域是,，则实数的取值范围是,.

[解析]画出函数 的部分图象，如图所示，因为 且，所以要使 的值域为,，只要，即,.



#### 应用情境练

13. （双空题）筒车是我国古代发明的一种水利灌溉工具.假定在水流量稳定的情况下，筒车上的每一个盛水筒都做匀速圆周运动.如图所示，将筒车抽象为一个半径为的圆，设筒车按逆时针方向每旋转一周用时60秒，当时，盛水筒位于点，经过秒后运动到点，点的纵坐标满足,,，则  ；当筒车旋转45秒时，盛水筒对应的点的纵坐标为  .



[解析]因为筒车按逆时针方向每旋转一周用时60秒，

所以，得，

所以.

因为当 时，盛水筒 位于点，

所以，

所以.

因为，

所以，得.

因为，所以，

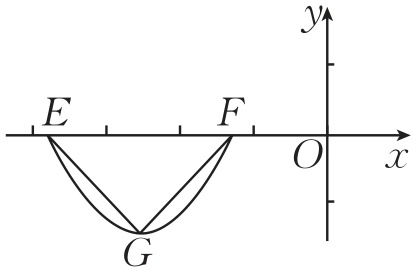
所以，

所以，

所以当筒车旋转45秒时，盛水筒 对应的点 的纵坐标为.

#### 创新拓展练

14. （双空题）已知偶函数的部分图象如图所示，其中是斜边为4的等腰直角三角形（,是函数图象与轴的交点，点在函数图象上），则2，  .



[解析]根据题意得，所以,所以.

因为函数 为偶函数，且 ,

所以,

在等腰直角 中，斜边，则斜边上的高为2,

所以，所以，

所以.